**Metody numeryczne**

**Sprawozdanie 11**

**Aproksymacja sygnału okresowego przy użyciu FFT**

**Kateryna Andrusiak**

**17 maja 2020**

1. **Wstęp teoretyczny**

Szybka transformacja Fouriera (Fast Fourier Transform, FFT) – algorytm wyznaczania dyskretnej transformaty Fouriera oraz transformaty do niej odwrotnej.

Najpopularniejszą wersją algorytmu FFT jest *FFT o podstawie 2*. Jest on bardzo efektywny pod względem czasu realizacji, jednak wektor próbek wejściowych ([spróbkowany](https://pl.wikipedia.org/wiki/Pr%C3%B3bkowanie" \o "Próbkowanie) [sygnał](https://pl.wikipedia.org/wiki/Sygna%C5%82)) musi mieć długość {\displaystyle N=2^{k},} gdzie to pewna liczba naturalna. Wynik otrzymuje się na drodze schematycznych przekształceń, opartych o tak zwane *struktury motylkowe*.

[Złożoność obliczeniowa](https://pl.wikipedia.org/wiki/Z%C5%82o%C5%BCono%C5%9B%C4%87_obliczeniowa) szybkiej transformacji Fouriera wynosi , {\displaystyle \mathrm {O} (N\log \_{2}N),} w odróżnieniu od {\displaystyle \mathrm {O} (N^{2})} algorytmu wynikającego wprost ze wzoru określającego dyskretną transformatę Fouriera.

Najprostszy algorytm FFT to **radix-2** (Cooley-Tukey).

Naszym zadaniem jest obliczenie współczynników transformaty Fouriera (DFT) ale wykonując jak najmniej obliczeń.

Zakładamy, że całkowita liczba węzłów jest potęgą 2:

Osobno grupujemy składniki:

Parzyste , nieparzyste

Korzystamy teraz z okresowości wyrazów oraz :

Nie musimy wyznaczać wszystkich współczynników – tylko połowę.

Natomiast czynnik fazowy ma następującą własność:

1. **Problem**

Naszym zadaniem było zastosowanie FFT do odszumienia sygnału periodycznego. Sygnał zaszumiony generowaliśmy zgodnie z poniższym algorytmem:

1. Sygnał okresowy nie zaszumiony ma postać

gdzie: - numer próbki sygnału (numer elementu w wektorze).

to ilość wygenerowanych próbek sygnału.

1. Zmienną losową imitującą szum tworzyliśmy następująco:

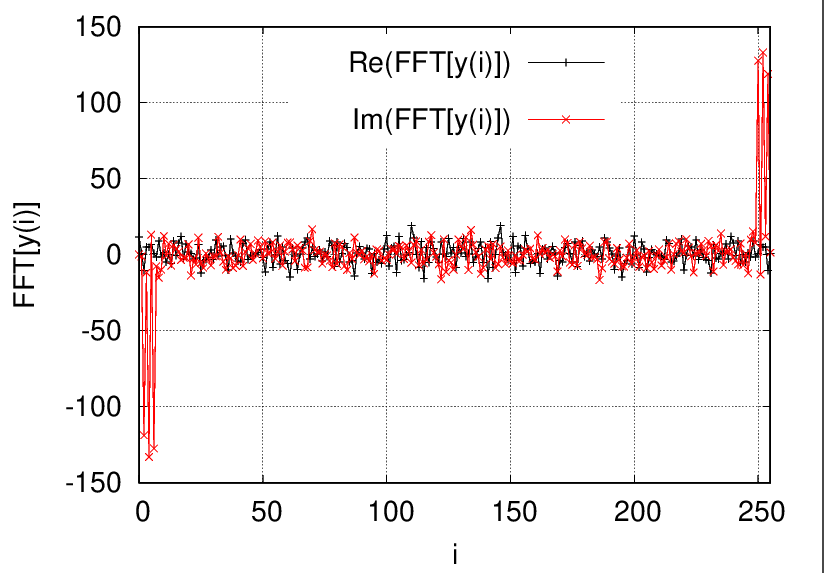
która jest liczbą pseudolosową o rozkładzie równomiernym w przedziale (-1,1]

1. Sygnał zaszumiony konstruujemy następująco

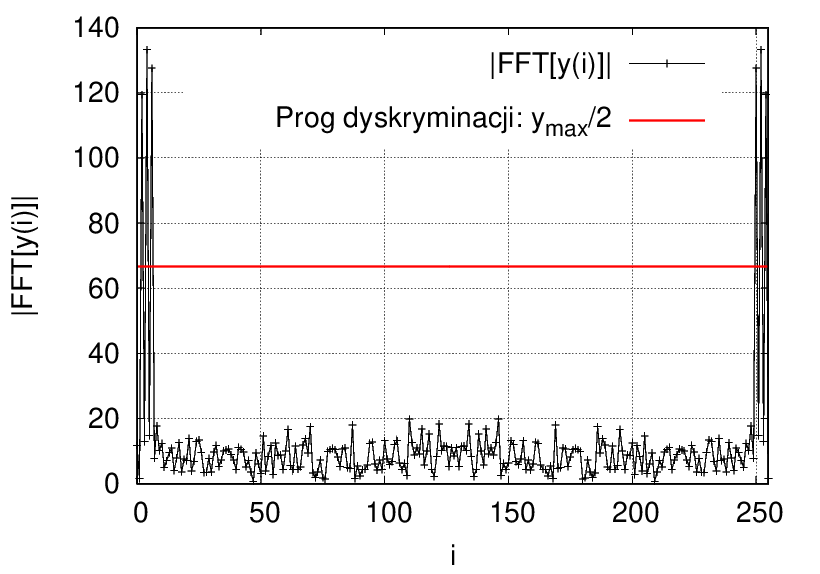
wyznaczając wartość ∆ dla każdego indeksu z osobna.

1. **Wyniki**

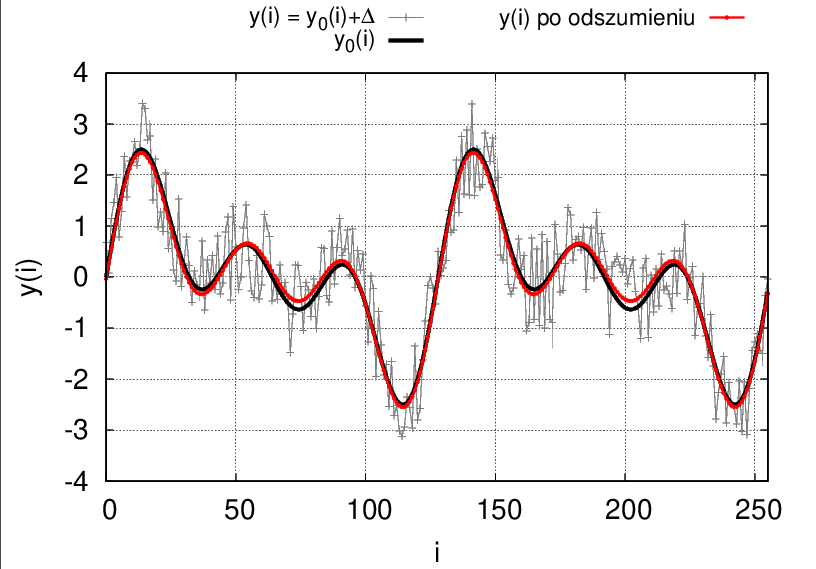
Aproksymację przeprowadzono kolejno dla k= 8,10,12. Dodatkowo dla k=8 przedstawiono wykres części rzeczywistej i urojonej transformaty i moduł liczby zespolonej w zależności od numeru iteracji.



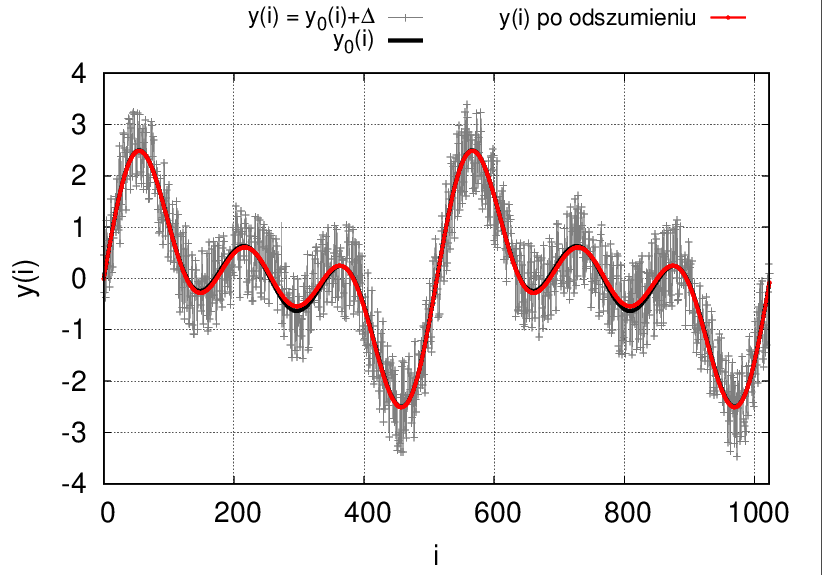
*Rysunek 1. Zależność części rzeczywistej i urojonej transformaty od numeru iteracji. (****k=8****)*

**

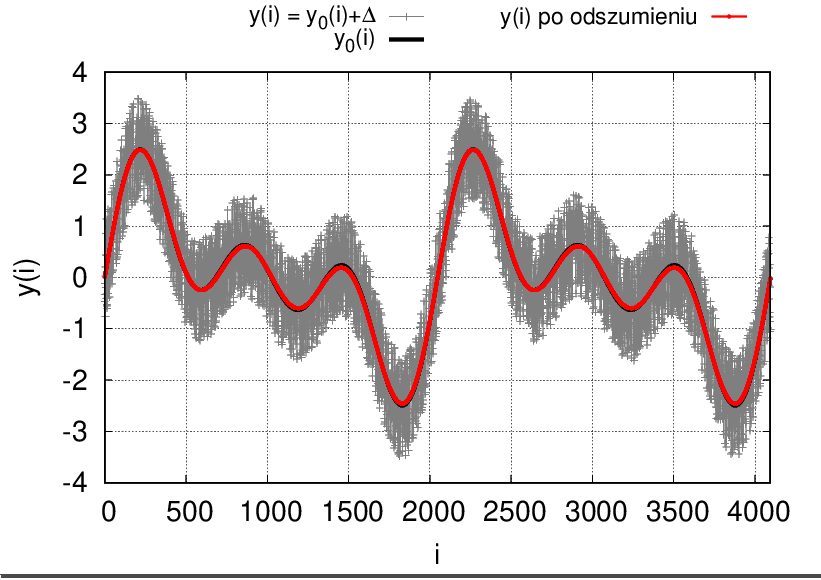
*Rysunek 2. Zależność wartości modułów współczynników transformaty od numery iteracji****. (k=8)***

**

*Rysunek 3.* *Wykres sygnału zaburzonego,* *niezaburzonego oraz sygnału po odszumieniu dla ilości próbek* ***N=.***

**

*Rysunek 4.* *Wykres sygnału zaburzonego,* *niezaburzonego oraz sygnału po odszumieniu dla ilości próbek* ***N=.***

******

*Rysunek 5.* *Wykres sygnału zaburzonego,* *niezaburzonego oraz sygnału po odszumieniu dla ilości próbek* ***N=.***

1. **Wnioski**

Dla każdej ilości próbek zaburzony sygnał został odszumiony. Z rysunków 3-5 można zauważyć że zwiększając liczbę próbek odszumienie bardziej się pokrywa z niezaburzonym sygnałem. Częstotliwość próbkowania ma zatem wpływ na dokładność procesu odszumiania.